Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Andreas Vollmer
M.Sc. Lars Poppe

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 12 — 24. November 2022

Aufgabe 1: *(3 Punkte)* Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zwei reelle Folgen, die denselben Grenzwert $\ell \in \mathbb{R}$ haben, d.h.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \ell = \lim_{n\to\infty} c_n.$$

Nun sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine weitere reelle Folge, mit

$$a_n \leq b_n \leq c_n \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Zeige: Dann konvergiert auch $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und es gilt $\lim_{n\to\infty} b_n = \ell$.

Aufgabe 2: *(3 Punkte)* Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in $(\mathbb{K}, |\cdot|)$ mit $\lim_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbb{K}$. Zeige, dass $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ in $(\mathbb{K}, |\cdot|)$ konvergiert mit Grenzwert $\lim_{n\to\infty} |a_n| = |a|$.

Aufgabe 3: *(4 Punkte)* Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Cauchy-Folge und $(n_k)_{k\in\mathbb{N}}$ eine Folge natürlicher Zahlen $n_k \in \mathbb{N}$, so dass $(a_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Teilfolge von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist mit $a := \lim_{k\to\infty} a_{n_k}$. Zeige, dass dann auch $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ als ganze Folge konvergiert und $\lim_{n\to\infty} a_n = a$.

Ausgabedatum: 24. November 2022 **Abgabetermin:** 28. November 2022, 10:00 Uhr.